233
المجلد 10 العدد 4 ديسمبر 2009

مستوى أداء الطلبة المعلمين بجامعة الكويت في التقدير العددي التقريبي واستراتيجيات التقدير التي يستخدمونها

د. أمل حسين العجمي
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية التربية- جامعة الكويت

مستوى أداء الطلبة المعلمين بجامعة الكويت في التقدير العددي التقريبي واستراتيجيات التقدير التي يستخدمونها

د. أمل حسين العجمي
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية التربية- جامعة الكويت

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى التعرف إلى مستوى أداء الطلبة المعلمين في جامعة الكويت بالتقدير التقريبي العددي والكشف عن استراتيجيات التقدير التي يستخدمونها، طبق اختبار للتقدير التقريبي على عينة مكونة من ٩٩ طالبا وطالبة من كلية التربية شعبة الرياضيات بجامعة الكويت، وفي ضوء النتائج لوحظ انخفاض أداء الطلبة المعلمين في التقدير التقريبي العددي، حيث بلغ متوسط الدرجات أقل من ٢٠٪ من الاختبار (٥,٧ درجة من أصل ٢٨ درجة)، وتوصلت النتائج إلي أنه لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائيا بين الطلبة المعلمين في برنامج الابتدائي وفي برنامج المتوسط والثانوي في مهارة التقدير التقريبي العددي. ولقد أسفرت المقابلات مع ٣٨ من الطلبة المعلمين عن استخدام الطلبة لعدد محدود من الاستراتيجيات الفعالة للتقدير التقريبي ولقد كان أكثر الاستراتيجيات استخداما التقريب لأقرب ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠،وقد استخدم الطلبة أيضا استراتيجيات غير فعالة في إيجاد التقدير التقريبي وكان أكثرها اقتراح الحل المباشر لإيجاد الإجابة الدقيقة.

الكلمات المفتاحية: التقدير التقريبي العددي، تعليم المدرسين، الطلبة المعلمين، استراتيجيات التقدير التقريبي العددي، مناهج الرياضيات.

* تاريخ تسلم البحث: ٢٠٠٨/٥/٥م
* تاريخ قبوله للنشر: ٢٠٠٩/٢/٢٢م

Performance and Strategies of Pre-service Kuwaiti Teachers in Computational Estimation

Dr. Amal H. Alajmi
Dept. of Curriculum & Instruction
College of Education- Kuwait University

Abstract

This study examined pre-service teachers' ability to use computational estimation to estimate answers for mathematics problems and the strategies they use in estimating an answer. A sample of 99 pre-service teachers enrolled in the College of Education at Kuwait University completed a computational estimation test. The mean score was lower than 20% (5.56 out of 28 possible points). There was no statistical difference between elementary and secondary pre-service teachers. Interviews with 38 of the pre-service teachers revealed that they used a limited number of strategies in estimating an answer. The most common strategy was rounding numbers in the problem to the nearest 10, 100, or 1000. Many relied on ineffective strategies; the most common ineffective strategy was using paper and pencil calculations to determine an exact answer.

Key words: computational estimation, teacher education, computational estimation strategies, pre-service teacher, mathematics curriculum.

مستوى أداء الطلبة المعلمين بجامعة الكويت في التقدير العددي التقريبي واستراتيجيات التقدير التي يستخدمونها

د. أمل حسين العجمي
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية التربية – جامعة الكويت

المقدمة

تعد مهارة التقدير التقريبي من المهارات الأساسية في الرياضيات، فخلال القرن الماضي أكدت المؤتمرات والتقارير الرياضية في الولايات المتحدة الأمريكية وكندا على أهمية إكساب الطلبة مهارة إجراء التقديرات التقريبية (National Council of Supervisors of Mathematics, 1989; National Council of Teachers of Mathematics 2000; National Institute of Education, 1977) ولقد حدد الباحثون في الرياضيات نوعين للتقدير التقريبي (Sowder, 1992) الأول يتعلق بالقياس ويعنى بتقدير القياسات المختلفة، مثل الأطوال والأوقات والمسافات، والثاني يتعلق بالأعداد ويهتم بتقدير الأعداد والنقود، ولكلا النوعين أهمية بالغة للمتعلمين في دراستهم للرياضيات وفي حياتهم العملية، فالتقدير التقريبي للقياس يستخدمه الفرد بشكل يومي في مواقف مختلفة،وعلى سبيل المثال تقدير الوقت اللازم للوصول إلي المدرسة أو العمل، تقدير المسافات بين المدن وأيضا مساحات المنازل، وتدريس هذا النوع من التقدير في المدرسة يكسب المتعلم خبرة في التعامل مع وحدات القياس المختلفة، وفيم يستخدم كلاً منها بالإضافة إلي تنمية الحس لدى المتعلم بالمقاييس المختلفة ومعقولية القياسات.

أما التقدير التقريبي العددي فيؤدي دورا مهماً في تنمية فهم المتعلم للنظام العددي (Verschaffel, Greer, & Corte, 2007) فهو يعطي المتعلم خبرة كبيرة في التفكير في حجم الأعداد، وفهم العلاقات بينها وترتيبها، وكذلك يساعد التقدير العددي المتعلمين على التفكير في تأثير العمليات على الأعداد، مثال ذلك عند تقدير ناتج جمع عددين طبيعيين يجب أن يكون ناتج الجمع أكبر من كلا العددين، والتقدير التقريبي العددي يستخدم أيضا كاستراتيجية لحل المشكلات الرياضية، وهو أداة مهمة وفعالة في اختبار معقولية الإجابة وبخاصة في عصر استخدام الآلات الحاسبة والكمبيوترات حيث إنه من الممكن إدخال الأرقام خطأ ومن ثم الحصول على نتائج تكون بعيدة عن الصحة. وفي الحياة اليومية نجد أن للتقدير التقريبي أهمية كبيرة واستخدامات متعددة منها: تقدير ما صرف شخص خلال يوم، وتقدير النقود اللازمة لشراء احتياجات شخص من الجمعية التعاونية، وتقدير ميزانية السفر

أو الرحلة، واختبار معقولية الفواتير اليومية مثل فاتورة حساب لدى مطعم.

ونظرا لأهمية التقدير التقريبي العددي فقد أجريت مجوعه من الدراسات التي اعتنت بدراسة مستوى أداء التلاميذ في هذه المهارة، والعوامل المؤثرة في أداء التلاميذ في التقدير التقريبي، والاستراتيجيات التي يمكن للتلاميذ استخدامها لإيجاد التقدير التقريبي وكيف يمكن تدريس التقدير التقريبي، وقد أظهرت الدراسات المختلفة ضعف الطلبة في إيجاد التقدير التقريبي العددي في جميع مراحل التعليم. (Sowder, 1992; Verschaffel, Greer, Corte; 2007)

فعلى مستوي مراحل التعليم العام أجرى بريسجن وريزوريبوت ووايت (Bestgen, Reys , Rybolt & Wyatt; 1980) دراسة على عينة من الطلبة من الصف السابع إلى الصف الثاني عشر، استخدم خلالها الباحثون اختبارا للتقدير التقريبي احتوى على مجالات الأعداد الثلاثة: الكلية والعشرية والكسور والعمليات الرياضية الأربعة، ولقد وصف الباحثون مستوي التلاميذ في التقدير التقريبي بأنه متدن بشكل عام، ويتحسن بتقدّم المرحلة الدراسية.

لم تقتصر دراسة مهارة التقدير التقريبي على طلبة المدارس بل شملت طلبة الكليات، فقد أجرت ليفين (Levine, 1982) دراسة على عينة مكونه من ٨٩ طالبا وطالبة في المستوى الجامعي من تخصصات مختلفة عدا الرياضيات ، ركزت الدراسة على قدرة الطلبة على إيجاد تقدير تقريبي عددي لعمليتي الضرب والقسمة للأعداد الكلية والعشرية، ولقد توصلت الباحثة إلي أن الطلبة يواجهون صعوبة في إيجاد التقدير التقريبي العددي، وفي دراسة أخرى أجراها هانسن وهوجن (Hanson & Hogan, 2000) على ٧٧ طالبا وطالبة في المستوى الجامعي، استخدما فيها اختبارا للتقدير التقريبي يحوي مجالات الأعداد الثلاثة: الكلية والعشرية والكسرية، والعمليات الرياضية الأربعة (الجمع، والضرب، والطرح، والقسمة) وأيضا النسبة المئوية، توصل الباحثان لنتائج مشابهه لـ Levine وهي تدني أداء الطلبة في المرحلة الجامعية في التقدير التقريبي حيث بلغ متوسط درجة الطلبة تقريبا نصف الدرجة الكلية، وقد أوضح الباحثان أن الطلبة يواجهون صعوبة كبيرة في إيجاد التقدير التقريبي العددي للمسائل التي تتناول العمليات على الأعداد الكسرية.

وعلى المستوي العربي، توصلت الدراسات أيضا إلي ضعف أداء الطلبة في التقدير التقريبي، فقد درّس سليمان ومصطفى (١٩٨٧) مستوى أداء لدى تلاميذ الصف الخامس والسادس ومجموعة من المدرسين الملتحقين في الجامعة لدراسة برامج تربوية للمرحلة الابتدائية في التقدير التقريبي، ولقد بلغ متوسط درجات التلاميذ في التقدير التقريبي ٣٥٪ من الدرجة الكلية وللمدرسين ٥٧٪ من الدرجة الكلية مما يدل على ضعف عام في أداء التلاميذ والمدرسين في التقدير التقريبي العددي.

ولقد أجريت الدراسات للتعرف على العوامل المؤثرة في أداء الطلبة في التقدير التقريبي العددي، فقد بحثت ريبنسن (Rubenstein, 1985) في العوامل المؤثرة في أداء التلاميذ في التقدير التقريبي العددي، وقد تكونت عينة الدراسة من ٣٠٩ تلميذ في الصف الثامن، وتبين من الدراسة أن ثلاثة عوامل لها تأثير في أداء التلاميذ في التقدير التقريبي وهي القدرة على الضرب، والقسمة على مضاعفات العشرة، ومقارنة الأعداد ومعرفة أي من العمليات تعطي ناتجا أكبر، ولقد أكد عابد (١٩٩٠) في دراسة على عينة من ٣٤٤ تلميذا وتلميذة في الصف السادس بالأردن وجود ارتباط موجب بين أداء التلاميذ في التقدير التقريبي وقدرتهم على أداء المهارات الحسابية الأساسية. أما تمراز (١٩٩٢) فقد وجدت في دراسة أجرتها على ١٢٠ تلميذا في الصف الثاني أن أهم المهارات التي أسهمت في التأثير في أداء التلاميذ هي توزيع الضرب على الجمع يليها التقريب لأقرب عشرة.

أما دوكر (Dowker, 2003) فقد درست العلاقة بين التقدير التقريبي العددي وتطور المهارة الحسابية، فقد تكونت عينة الدراسة من ٢١٥ تلميذا مقسمين إلى مجموعتين من التلاميذ بحسب السن، الأولى من سن ٤ إلى ٥ سنوات والمجموعة الثانية من سن ٩ إلى ١٠ سنوات وقد قُسِّم هؤلاء التلاميذ إلى خمس مجموعات على حسب مستواهم في اختبار ذهني لجمع الأعداد الكلية،على سبيل المثال التلاميذ في المستوى الثاني يمكنهم إيجاد ناتج ٥ + ٣ ولكن لا يمكنهم إيجاد ناتج ٨ + ٦ أما التلاميذ في المستوى الخامس فيستطيعون إيجاد ناتج ٥٢ + ٣٩ ولكن لا يمكنهم إيجاد ناتج ١٦٨ + ٥٢٣، علما بأن التلاميذ في كل مستوى أعطوا اختباراً في التقدير التقريبي يناسب مستوياتهم الحسابية، ولكن أضيف إلى الاختبار بندان أعلى من مستواهم الحسابي، ووجدت الباحثة أن مستويات التقدير التقريبي العددي تتحسن مع تحسن مستويات التلاميذ في المهارات الحسابية.

وفي دراسة أجراها سنجلر وبوث (Singler & Booth, 2004) على التلاميذ في مرحلة رياض الأطفال والصف الأول والثاني الابتدائي، ركزت على استخدام خط الأعداد للتقدير التقريبي العددي، توصل الباحثان إلى أن هناك ارتباطا قويا بين أداء التلاميذ في التقدير التقريبي والتحصيل الرياضي لهم، وأكد الباحثان على أهمية الأخذ بعين الاعتبار وجود استراتيجيات متعددة للتقدير التقريبي تتطلب أكثر من التقريب لأقرب ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠.

وقد اهتمت الدراسات بالاستراتيجيات التي يستخدمها التلاميذ لإيجاد تقدير تقريبي عددي لمسألة رياضية، فقد أجريت مجموعة من الدراسات الدولية للتعرف إلى الاستراتيجيات التي يستخدمها الأشخاص ذوو المهارات الجيدة في التقدير التقريبي، فقد أجري ريز وبريسجن وريبوت ووايت (Reys, Bestgen, Rybolt & Wyatt, 1982) دراسة على التلاميذ من الصف السابع إلى الصف الثاني عشر ومجموعة من البالغين في الولايات المتحدة الأمريكية، وفي عام ١٩٩١ أجرى ريز وريز دراسة ثانية مع مجموعة من الباحثين في اليابان على تلاميذ

الصف الخامس والثامن (Reys, Nohda, Ishida, Yoshikawa, & Shimizu, 1991) كما أجريت دراسة ثالثة للباحثين ريز وريز مع بنافيل على تلاميذ الصف الخامس والثامن في المكسيك (Reys, Reys, & Penafiel, 1991)، ولقد اعتمدت هذه الدراسات على إجراء اختبارات في التقدير التقريبي لمجموعة من التلاميذ والبالغين، ثم اختيار أفضلهم لإجراء مقابلات شخصية يتم خلالها تسجيل الاستراتيجيات التي استخدمها هؤلاء الأشخاص لإيجاد التقدير التقريبي العددي وقد توصل الباحثون إلى ثلاث استراتيجيات أساسية هي: بدائل الأعداد (Reformulation) وصورة أخرى للمسألة (Translation) وتحسين الناتج (Compensation).

ولقد تبين من خلال الأبحاث وجود ارتباط بين مستوى أداء الأشخاص في التقدير التقريبي ونوعية الاستراتيجيات التي يستخدمونها، فقد درست دوكر (Dowker, 1992)، الاستراتيجيات المستخدمة عند المختصين في الرياضيات، ووجدت الباحثة مستوى عاليا جدا في دقة التقدير التقريبي وتنوعاً في استخدام استراتيجيات التقدير التقريبي العددي. كما توصل دوكر وفلود وجريفل وهووك (Dowker, Flood, Griffiths, Harriss & Hook, 1996) إلى وجود ارتباط موجب بين مستوى مهارة التقدير التقريبي العددي وعدد الاستراتيجيات المستخدمة في التقدير.

أما الأشخاص والتلاميذ ذو والقدرات المنخفضة في التقدير التقريبي فيميلون إلى استخدام إستراتيجية واحدة، وهي التقريب لأقرب ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠، فقد توصل ليفيفر وجرينمان ووحيد (Le Fever, Greenham, & Waheed, 1993) في دراسة للاستراتيجيات التي يستخدمها تلاميذ الصف الرابع والسادس والثامن والبالغين إلى أن أكثر الاستراتيجيات استخداما لدى التلاميذ كانت التقريب في حين استخدم البالغون استراتيجيات مختلفة، كما درس كل من ليمر وليكاشر (Lemaire & Lecacheur, 2002) الاستراتيجيات المستخدمة من قبل تلاميذ الصف الرابع والسادس وبعض البالغين في التقدير التقريبي العددي لجمع الأعداد الكلية ذات المنازل الثلاثة (مثال: ٢٦٣ + ٤٧١) وقد أوضحت النتائج أن أكثر استراتيجية استخدمت لجميع الأعمار كانت التقريب.

وقد أجريت مجموعة أخرى من الدراسات ركزت على كيفية تدريس التقدير، فقد أجرى بريسجن وريزوريبوت ووايت (Bestgen, Reys , Rybolt & Wyatt, 1980) دراسة تجريبية استمرت عشرة أسابيع، وزعت خلالها عينة من ١٨٧ من الطلبة المعلمين للمرحلة الابتدائية على مجوعة ضابطة ومجموعتين تجريبيتين، المجموعة التجريبية الأولى تلقت دروسا في استراتيجيات التقدير التقريبي واختباراً أسبوعياً وتغذية راجعة بعد كل اختبار، أما المجموعة التجريبية الثانية فقد تلقت اختبارا أسبوعيا في التقدير التقريبي وتغذية راجعة بعد كل اختبار ولكن دون أي تدريس، ولقد أوضحت نتائج الدراسة وجود فرق

دال إحصائيا بين أداء المجموعة الضابط والمجموعتين التجريبيتين، ولكن لم توجد أية فروق بين المجموعتين التجريبيتين، ولقد أكد الباحثون في هذه الدراسة على ضرورة تدريس الطلبة المعلمين استراتيجيات التقدير التقريبي. وقد أجرى الباحثان سودر وويلر دراستين متتاليتين (Sowder & Wheeler, 1989; Sowder & Wheeler, 1987) للتعرف إلى كيفية تدريس التقدير التقريبي العددي في مراحل التعليم العام من الصف الثاني إلى العاشر، وقد وجد الباحثان أن التلاميذ الأكبر كانوا أفضل في استيعاب مفهوم التقدير التقريبي ولكنهم أيضا كانوا مترددين في قبول فكرة وجود أكثر من استراتيجيه للتقدير التقريبي، فقد كانت الطريقة المفضلة لدى معظمهم هي حل التمرين مباشرة ثم تقريب الناتج لأقرب ١٠، وأرجع الباحثان عدم اقتناع التلاميذ بوجود أكثر من حل وعدم تقبلهم للحل التقريبي إلى طريقة التدريس المتبعة في المدارس، حيث التركيز على وجود حل واحد صحيح وطريقة حل تعتمد على إيجاد الناتج الدقيق للمسائل الرياضية.

مما سبق يمكن استخلاص أهم النتائج من هذه الدراسات، وهي:

١) انخفاض أداء التلاميذ في التقدير التقريبي العددي عربيا وعالميا.

٢) لم يكن لدى التلاميذ الوعي الكافي بمعنى التقدير التقريبي وأهميته، فمعظم التلاميذ يعتقدون أن التقدير التقريبي مرتبط بالتخمين العشوائي، والطريقة الوحيدة لإيجاد التقدير التقريبي هي التقريب لأقرب ١٠ أو١٠٠ أو١٠٠٠.

٣) أداء التلاميذ في التقدير التقريبي يتحسن بتحسن المهارات الحسابية.

٤) الفرد ذو المهارة العالية في التقدير التقريبي يكون قادرا على استخدام استراتيجيات متنوعة لتقدير الناتج.

٥) تطوير أداء التلاميذ في التقدير التقريبي العددي يتطلب تدريسا متواصلا، وتوظيفا لهذه المهارة في دراسة المهارات الرياضية الأخرى.

ومن خلال استعراض الدراسات التي عنيت بأداء الطلبة في التقدير التقريبي نلاحظ قلة الدراسات التي ركزت على الطلبة المعلمين وبخاصة على المستوى العربي، ومما لا شك فيه أنّ تمتّع الطلبة المعلمين بمهارات عالية وفهم لماهية التقدير التقريبي العددي مهم جداً، لما له من تأثير كبير في تدريس التقدير التقريبي، لذلك فإن هذه الدراسة تركز على البحث في مستوى الطلبة المعلمين في مجال الرياضيات (معلمي المستقبل لمادة الرياضيات) في مهارة التقدير التقريبي العددي، الاستراتيجيات التي يستخدمها هؤلاء الطلبة المعلمون في إيجاد التقدير التقريبي.

مشكلة الدراسة

نظرا لأهمية التقدير التقريبي العددي والتوجه إلى تدريسه في مناهج الرياضيات في دول

الخليج العربي (المركز العربي للبحوث التربوية لدول الخليج، ٢٠٠٦)، فإنّ من الضروري تنمية مهارات الطلبة المعلمين لمادة الرياضيات في التقدير التقريبي وذلك ليتمكنوا من تدريسه في المستقبل، وبصورة محددة فإن مشكلة الدراسة تتمثل في تحديد مستوى أداء الطلبة المعلمين في كلية التربية في جامعة الكويت في التقدير العددي التقريبي واستراتيجيات التقدير التي يستخدمونها.

أسئلة الدراسة

١. ما مستوى أداء الطلبة المعلمين في كلية التربية في جامعة الكويت في التقدير التقريبي العددي؟
٢. ما دلالة الفروق في أداء الطلبة المعلمين في التقدير التقريبي العددي تبعا للبرنامج التعليمي (ابتدائي، متوسط وثانوي)؟
٣. ما الاستراتيجيات التي يستخدمها الطلبة المعلمون في كلية التربية بجامعة الكويت في إيجاد التقدير التقريبي العددي؟

أهداف الدراسة

تهدف الدراسة الحالية إلى:
– تحديد مستوي أداء الطلبة المعلمين لمادة الرياضيات في مهارة التقدير التقريبي العددي.
– الكشف عن الاستراتيجيات المستخدمة من قبل الطلبة المعلمين ومقارنتها بما ورد في الدراسات السابقة بهذا المجال وذلك للوقوف على نواحي القوة والضعف لدى الطلبة المعلمين في التقدير التقريبي.

أهمية الدراسة

تتجه الجهود حاليا في دول مجلس التعاون الخليجي لإدراج التقدير التقريبي في المناهج الجديدة (المركز العربي للبحوث التربوية لدول الخليج، ٢٠٠٦)، غير أن تطبيق التقدير التقريبي في المناهج يجب أن يصاحبه وعي وعلم لدى المعلم بأهميته وماهيته، ومن ثم فإن التعرف إلى مستوى أداء معلمي المستقبل له دور كبير للوقوف على جوانب القوة والضعف لدى معلمي المستقبل، ومن ثم التركيز على تطوير أدائهم في هذه المهارة.

الأبحاث العربية التي أجريت في مهارة التقدير التقريبي كانت محدودة، و لم تتناول أي منها استراتيجيات التقدير التقريبي العددي، ولذلك فإن لهذه الدراسة أهمية كبيرة في الكشف عن الاستراتيجيات المستخدمة من قبل الطلبة المعلمين في إيجاد التقدير التقريبي، لما لذلك من أهمية في تحديد الاستراتيجيات التي يجب التركيز عليها وتدريسها في المناهج الخاصة ببرامج إعداد معلمي الرياضيات بشكل خاص ومناهج التعليم العام بشكل عام.

حدود الدراسة

التقدير التقريبي نوعان: تقدير تقريبي عددي، وتقدير تقريبي للقياس، ولقد اقتصرت الدراسة على التقدير التقريبي العددي، حيث تركّز الدراسة على التعرف مستوى أداء الطلبة المعلمين في التقدير التقريبي العددي والاستراتيجيات التي يستخدمونها.

مصطلحات الدراسة

التقدير التقريبي العددي: هناك عدة تعاريف للتقدير التقريبي العددي، ولكن هذه الدراسة تتبنى التعريف الآتي"التقدير التقريبي العددي هو العملية التي يتم من خلالها إيجاد نتيجة تقريبية دون إجراء الخوارزميات، حيث تمكن هذه النتيجة الشخص من اتخاذ القرار المناسب سواء في الحياة العملية أم في الرياضيات "(Reys, 1993, P.106).

وهذا التعريف يركز على معقولية التقدير العددي حيث يستطيع الشخص الاعتماد على هذا التقدير في اتخاذ قرارات في حل المسائل الرياضية مثل الحكم على معقولية الإجابة، أو قرارات في الحياة اليومية مثل إصدار أحكام أثناء عملية التسوق، مثال ذلك: هل النقود كافية لشراء الحاجيات اللازمة لشخص ما.

استراتيجيات التقدير التقريبي:

بدائل الأعداد (Reformulation): تعتمد هذه الإستراتيجية على استبدال الأعداد الواردة في التمرين بأعداد أخرى يمكن التعامل معها وحسابها بصورة ذهنية أسهل (Reys, Bestgen, Rybolt & Wyatt, 1982) ويندرج تحت هذه الإستراتيجية عدد من الاستراتيجيات:

التقريب لأقرب ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠ من اليسار إلى اليمين: تعتمد هذه الإستراتيجية على التركيز على المنازل الكبرى ذات التأثير الأكبر على الناتج.

استخدام أعداد يسهل حسابها.

الأعداد الخاصة: تشمل الأعداد التي يمكن التعامل معها ذهنيا بسهولة، ومن أمثلتها مضاعفات ١٠و٥ وبعض الكسور مثل ½، ¼.

استخدام صورة أخرى للعدد: تعتمد هذه الإستراتيجية على تغيير صورة العدد من عدد عشري إلى كسر اعتيادي، أومن نسبة مئوية إلى كسر اعتيادي، أي التغيير من صور العدد المختلفة للحصول على عدد يسهل التعامل معه.

صورة أخرى للمسألة (Translation): وفيها تغيير ببناء التمرين بناء آخر يسهل حسابه والتعامل معه ذهنيا (Reys, Bestgen, Rybolt and Wyatt,1982)، ويندرج تحت هذه الاستراتيجية عدد من الاستراتيجيات:

١. تغيير ترتيب العمليات في التمرين:مثال (٧ × ٢٤٧) / ٣٦ تتغير إلى (٧ / ٣٦) × ٢٤٧ فيكون ٣٦/٧ تقريبا ١/٥ بعد ذلك تصبح ٥/٢٤٧٥ =٥/٢٥٠ =٥٠ .

٢. تغيير العملية في التمرين إلى عملية أخرى مماثلة لها: مثال ذلك جمع لأعداد تتمحور حول ٩٠٠٠٠، لذلك من الممكن تغيير هذا التمرين ٨٧٤١٩ + ٩٢٧٦٥ + ٩٠٠٤٥ + ٨١٩٧٤+٩٨١٠٢ إلى ٩٠٠٠٠ × ٥.

تحسين الناتج (Compensation): وهو التعديل الذي يجري لتلافي التعديلات التي أجريت على الأرقام أو العملية في التمرين للحصول على أقرب تقدير ممكن، هذه التعديلات يمكن أن تجرى أثناء عملية التقدير التقريبي أو بعد الحصول على التقدير التقريبي العددي (Reys, Bestgen, Rybolt & Wyatt,1982).

منهجية الدراسة وإجراءاتها:

منهج الدراسة

تنتهج الدراسة المنهج المسحي، وتم استخدام التحليل الكمي للإجابة عن الأسئلة المتعلقة بمستوى أداء الطلبة المعلمين في التقدير التقريبي العددي، أما بالنسبة للاستراتيجيات المستخدمة من قبل الطلبة المعلمين لإيجاد التقدير التقريبي فقد تم استخدام التحليل الكيفي.

مجتمع الدراسة وعينتها

يتألف مجتمع الدراسة من الطلبة المسجلين في تخصص الرياضيات في كلية التربية بجامعة الكويت، هؤلاء الطلبة موزعون على برنامجين:

١) برنامج الرياضيات للمرحلة الابتدائية.

٢) برنامج الرياضيات لمرحلتي المتوسط والثانوي.

ولتحديد أفراد العينة تم التركيز على الطلبة المسجلين في مقررات قسم المناهج الخاصة بشعبة الرياضيات خلال الفصل الدراسي الثاني للعام ٢٠٠٦– ٢٠٠٧، ولقد اشتملت العينة على جميع الطلبة المسجلين في مقررات برنامج الابتدائي، وهي: تدريس رياضيات للمرحلة الابتدائية، وحلقة بحث لبرنامج الابتدائي، ومقررات برنامج المتوسط والثانوي، وهي: تدريس رياضيات (١) وتدريس رياضيات (٢) وحلقة بحث للبرنامج المتوسط والثانوي رياضيات. ولقد بلغ عدد الطلبة المعلمين في هذه الدراسة ٩٩ طالبا وطالبه. الجدول (١) يوضح توزيع أفراد العينة حسب البرنامج الدراسي والجنس والسنة الدراسية في كلية التربية والمعدل التراكمي الجامعي، ويتضح من الجدول أن عدد الطالبات يفوق عدد الطلبة وذلك لاقتصار برنامج الابتدائي على الإناث فقط، وأيضا لعزوف الطلبة عن مهنة التدريس، ويظهر من الجدول أن أفراد العينة في السنة الدراسية الثالثة والرابعة وذلك لأن الطلبة المعلمين يسجلون في مقررات قسم المناهج الخاصة بشعبة الرياضيات ابتداء من السنة الثالثة، أما من حيث المعدل التراكمي فيوضح الجدول أن معظم أفراد العينة ٥٠,٥٪ حاصلون على معدل جيد.

الجدول رقم (١)
توزيع أفراد العينة حسب البرنامج الدراسي والجنس والسنة الدراسية والمعدل التراكمي الجامعي

خصائص أفراد العينة		العدد	النسبة
البرنامج الدراسي	الابتدائي	٤٤	٤٤,٤٪
	المتوسط والثانوي	٥٥	٥٥,٦٪
النوع	ذكر	٧	٧,٠٪
	أنثى	٩٢	٩٣,٠٪
السنة الدراسية	الثالثة	٣٨	٣٨,٤٪
	الرابعة	٦١	٦١,٦٪
المعدل التراكمي الجامعي	ممتاز	٥	٥,١٪
	جيد جدا	٤٢	٤٢,٤٪
	جيد	٥٠	٥٠,٥٪
	مقبول	٢	٢,٠٪

أدوات الدراسة

استخدمت أداتان لجمع البيانات اللازمة للإجابة عن أسئلة الدراسة، وهما اختبار للتقدير التقريبي العددي، ومقابلة لبحث استراتيجيات التقدير التقريبي المستخدمة.

أ) اختبار التقدير التقريبي العددي

تم تصميم اختبار للتقدير التقريبي العددي لجمع البيانات اللازمة للإجابة عن الأسئلة الخاصة بأداء الطلبة المعلمين في مهارة التقدير التقريبي العددي، وقد بلغ عدد بنود الاختبار ٢٨ بندا، وقد احتوت بنود الاختبار على مجالات الأعداد الثلاثة: الأعداد الكلية، والأعداد العشرية، والأعداد الكسرية، والعمليات الأربع على الأعداد في المجالات الثلاثة، ولقد كان تركيز البنود أكثر على الضرب والقسمة وذلك استنادا للدراسات السابقة التي وضحت أن الطلبة في المرحلة الجامعية والبالغين، لم يواجهوا صعوبات في التقدير التقريبي العددي لعمليتي الجمع والطرح (Verschaffel, Greer, & Corte, 2007; Dowker, Flood, Griffiths, Harriss & Hook, 1996).

زمن الاختبار

إن عامل الوقت المحدد للإجابة عن كل سؤال لإيجاد التقدير تقريبي حساس، فقد أوضح الباحثون في مجال التقدير التقريبي أنه لبناء اختبار في التقدير التقريبي يجب أن يكون التوقيت متناسبا مع السؤال، فلا يعطى وقتاً طويلاً حيث من الممكن للطلبة إيجاد حل مباشر باستخدام الخوارزميات الحسابية، وهنا يفقد اختبار التقدير قيمته، ولا يكون الوقت قصيرا جدا فيعتمد المشاركون في الاختبار على التخمين (Reys 1986; Sowder, 1992)، لذلك تم إعطاء ١٠ إلى ١٥ ثانية لكل بند، وذلك اعتمادا على نوع العمليات الحسابية الوارد في كل بند، فقد أوضح الباحثون في مجال التقدير التقريبي أن الزمن اللازم لتقدير إجابة بند يتضمن جمعاً

وطرحاً يكون عادةً أقل من الزمن المطلوب لتقدير إجابة لبند يتضمن عمليتي الضرب أو القسمة (Reys 1986; Sowder, 1992; Verschaffel, Greer & Corte, 2007)، لذلك فقد أعطيت عشر ثوان للبنود المتضمنة عمليتي الجمع والطرح وخمسة عشر ثانية للبنود المتضمنة لعمليتي الضرب والقسمة.

تطبيق الاختبار

تم عرض الاختبار باستخدام الحاسب الآلي وشاشة عرض مكبرة، وتم تخصيص ١٠–١٥ ثانية لكل سؤال، وعلى الطلبة كتابة إجابة السؤال في المكان المحدد في ورقة الإجابة، وقبل عرض الاختبار تم توضيح الهدف من الاختبار، وطريقة الحل، وعرض مثال توضيحي لماهية الأسئلة وتمت الإجابة عن هذا المثال من قبل الطلبة، وتم التوضيح للطلبة أن ما يراد منهم هو تقدير تقريبي للناتج وليس حلا مباشرا، وشجعت الباحثة الطلبة على التركيز على التقدير وعدم محاولة الحل لأن الوقت لن يكفي لإيجاد حل مباشر للأسئلة المعروضة، ثم تم عرض الاختبار ومتابعة الطلبة من قبل الباحثة.

تصحيح الاختبار

بلغت الدرجة الكلية للاختبار ٢٨ درجة، بمعدل درجة واحدة لكل سؤال، ولقد اعتمدت الباحثة طريقة الفترات المحددة لتصحيح الاختبار، وتعتمد هذه الطريقة تحديد الفترة التي يقع فيها التقدير التقريبي لكل بند، وذلك بالنظر في جميع الإستراتيجيات التي يمكن استخدامها في إيجاد التقدير التقريبي، ومن ثم تحديد الفترة المحتملة للإجابة، مثال ذلك إذا أردنا تقدير الناتج ل ٩٥ × ٣٦٥ فتكون الفترة المحتملة لهذا السؤال هي (٣٣٠٠٠ – ٣٦٥٠٠) وذلك من خلال تحديد الحد الأعلى للفترة وهو ١٠٠ × ٣٦٥ = ٣٦٥٠٠ ، والحد الأدنى وهو ٣٣٣٠ وذلك باعتبار أنه من الممكن أن يرفع الشخص أحد العددين إلي أعلى ويخفض الأخر فيكون التقريب هو ٩٠ × ٣٧٠ تقريبا ٣٣٠٠٠، ولقد أكد الباحثون على أن هذه الطريقة هي الأدق لتصحيح البنود المفتوحة في التقدير التقريبي (Reys,1986)، حيث أنها تتلافى عيوب طريقة النسب، التي تعتمد على إيجاد الناتج الصحيح ثم وضع نسبة ١٠٪ أو ٢٠٪ أعلى من الناتج وأقل من الناتج حيث إنّ المأخذ على هذه الطريقة هو إمكانية الحصول على تقديرات غير منطقية ضمن هذه الفترة، ومثال على ذلك: لإيجاد التقدير التقريبي للمسألة ٤٨٥ + ٢٩٥ + ٩٨ فإن الحصول على تقدير تقريبي أكبر من ٩٠٠ يعدّ غير مقبول، ولكن في حالة استخدام طريقة النسب فإن الحل الصحيح ٨٧٨ وباستخدام نسبة ١٠٪ أعلى تكون فترة الإجابة هي (٧٩٠ إلى ٩٦٦) ونلاحظ هنا وجود أعداد أكبر من ٩٠٠ ضمن هذه الفترة.

صدق الاختبار وثباته

تم عرض الاختبار في صورته الأولية مع فترات الإجابة على مجموعة من المحكمين المهتمين بالتقدير التقريبي، ووضح لهم الهدف من الاختبار والمستوي التعليمي لأفراد العينة وطلب منهم إبداء أرائهم في مدى مناسبة بنود الاختبار للهدف الذي وضعت من أجله، وملاءمة بنود الاختبار لأفراد عينة البحث، وتمثيل بنود الاختبار لمجالات الأعداد الثلاثة، ولقد تم الأخذ بتوجيهات المحكمين، وزيادة ثلاثة بنود للاختبار ليصبح العدد النهائي لبنود الاختبار ثمانية وعشرون بندا.

تم اختبار ثبات الاختبار بطريقة إعادة الاختبار (Test retest) فقد طبقت الباحثة الاختبار على خمس عشرة طالبة في مقرر تدريس رياضيات (١) في الفصل الدراسي السابق لتطبيق الدراسة متبعة إجراءات التطبيق التي استخدمت في الدراسة، ثم تم إعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة بعد شهر، وتم حساب معامل الارتباط بين الاختبارين، وكان ٠,٧٩ وهو معامل ثبات عالٍ يمكن معه تطبيق الاختبار.

ب) المقابلة الشخصية

بعد تطبيق الاختبار تم دعوة جميع أفراد العينة لإجراء المقابلات الشخصية، وقد استجاب ٣٨ طالبا وطالبة: ٧ طلاب و١٦ طالبة من برنامج المتوسط والثانوي، و١٥ طالبة من برنامج الابتدائي ، تم خلال المقابلة عرض ١٦ سؤالا على كل طالب وطالبة، وهذه الأسئلة مأخوذة من الاختبار، ولقد اختيرت هذه الأسئلة لتمثل العمليات الأربع على مجالات الأعداد الثلاثة، ولقد تضمنت المقابله ٥ بنود تتعلق بالأعداد الطبيعية، ٦ بنود تتعلق بأسئلة للأعداد العشرية و٥ بنود تتعلق بالأعداد الكسرية.

تطبيق المقابلة

استغرقت المقابلة الشخصية ما بين ٣٥–٤٠ دقيقة لكل مقابلة، قام خلالها الطلبة المعلمون بتوضيح كيفية إمكان كلٍّ منهم الوصول للتقدير التقريبي العددي لكل بند من البنود، وتم إجراء جميع المقابلات من قبل الباحثة، وتم تسجيلها صوتيا، وبعد الانتهاء من إجراء جميع المقابلات تمت دراستها لاستخلاص استراتيجيات التقدير التقريبي العددي المستخدمة من قبل الطلبة المعلمين.

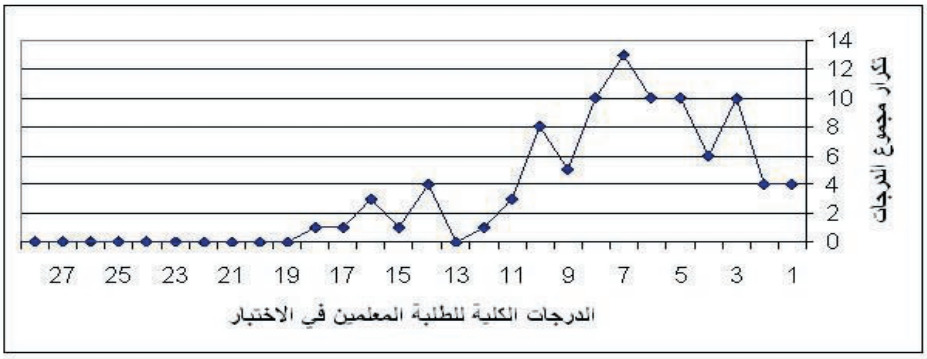
المعالجات الإحصائية

استخدام حزمة التحليل الإحصائي (SPSS) في حساب النسب ومقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت واختبار (ت) T-test.

نتائج الدراسة

أولا: عرض نتائج السؤال الأول

للإجابة عن السؤال الأول الذي نص على: ما مستوى أداء الطلبة المعلمين في كلية التربية في جامعة الكويت في التقدير التقريبي العددي ؟ وقد استخدم التحليل الكمي المتمثل مقاييس النزعة المركزية والتشتت، وتبين أن نتائج الطلبة المعلمين في اختبار التقدير التقريبي متدنية، حيث تراوحت الدرجات من صفر إلى ١٨ من أصل ٢٨ درجة، وقد بلغ متوسط الدرجات ٥,٧ ، وفترة الثقة للمتوسط (٤,٩١– ٦,٤٩)، وبلغ الانحراف المعياري أربع درجات،أي أن معظم درجات الطلبة المعلمين وقعت بين ٢ و ١٠، وقد تساوى الوسيط والمنوال، فكان الوسيط ٧ والدرجة الأكثر تكرارا أيضا ٧، وهذه النتائج تدل على انخفاض قدرات الطلبة المعلمين في إيجاد تقدير تقريبي، والشكل رقم (١) يوضح توزيع تكرار الدرجات التي حصل عليها الطلبة المعلمون في اختبار التقدير التقريبي حيث يوضح الشكل أن معظم درجات الطلبة منخفضة وتتجه إلى الصفر.



الشكل رقم (١)
تكرار مجموع درجات الطلبة المعلمين في اختبار التقدير التقريبي

ثانيا: عرض نتائج السؤال الثاني

السؤال الثاني للدراسة هو: ما دلالة الفروق في أداء الطلبة المعلمين في التقدير التقريبي العددي تبعا للبرنامج التعليمي (ابتدائي، متوسط وثانوي)؟ الطلبة المشاركون في الدراسة ينتمون إلى برنامجين، البرنامج الأول هو برنامج المتوسط والثانوي، والثاني برنامج المرحلة الابتدائية، والجدول رقم (٢) يوضح المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ومدى الدرجات لكل من الطلبة المعلمين في برنامج المتوسط والثانوي وفي برنامج الابتدائي ويوضح أيضاً نتائج اختبار (ت) T–test للفرق بين أداء الطلبة في البرنامجين، ويتضح أنه لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائيا بين الطلبة المعلمين في البرنامجين عند مستوى ٠,٠١ ، ففي البرنامجين كان أداؤهم متقاربا جدا.

الجدول رقم (٢)
متوسط درجات الطلبة المعلمين والانحراف المعياري وبيان الفروق ودلالاتها الإحصائية بين الطلبة المعلمين في اختبار التقدير التقريبي حسب البرنامج

البرنامج	متوسط الدرجات	الانحراف المعياري	أعلى درجة	أقل درجة	درجات الحرية	قيمة ت
المتوسط والثانوي (ن=٥٥)	٦,٤	٣,٩	١٨	٠	٩٧	٠,٩٩
الابتدائية (ن= ٤٤)	٦,٠	٤,١	١٦	٠		
جميع الطلبة (ن= ٩٩)	٥,٧	٤,٠	١٨	٠		

الجدول رقم (٣)
الاستراتيجيات المستخدمة من قبل الطلبة المعلمين مصنفه حسب مجالات الأعداد ونوعية الاستراتيجيات

	الأعداد الكلية		الأعداد العشرية		الأعداد الكسرية		المجموع الكلي	
	العدد	النسبة	العدد	النسبة	العدد	النسبة	العدد	النسبة
أولا: الاستراتيجيات الفعالة بدائل للأعداد أ) التقريب: ١٠،١٠٠،١٠٠٠	١٠٥	٥٥,٢٪	٥٧	٢٥٪	١٥	٧,٩٪	٢٨٠	٤٦,١٪
ب) من اليسار إلي اليمين.	٥	٢,٦٪	٤	١,٨٪	٠	٠		
ج) أعداد يسهل حسابها.	٣	١,٦٪	١٠	٤,٤٪	٠	٠		
د) الأعداد الخاصة.	٠	٠	٣٥	١٥,٤٪	٣٣	١٧,٤٪		
ه) صورة أخري للعدد.	٠	٠	١٠	٤,٤٪	٣	١,٦٪		
صورة أخري للمسألة.	٥	٢,٦٪	٦	٢,٦٪	٠	٠	١١	١,٨٪
تحسين الناتج .	١١	٥,٨٪	٢	٠,٨٥٪	٥	٢,٦٪	١٨	٣٪
ثانيا: استراتجيات غير الفعالة								
١) التقريب ثم الحل.	١٢	٦,٣٪	٢	٠,٨٥٪	٠	٠		
٢) يجب حل التمرين.	٣٤	١٨٪	٥٩	٢٥,٩٪	١٢٣	٦٤,٨٪	٢٩٩	٤٩,١٪
٣) تقريب غير منطقي .	٤	٢,١٪	١٦	٧,٠٪	٤	٢,١٪		
٤) خطأ حسابي.	٥	٢,٦٪	١١	٤,٨٪	٢	١,٠٪		
٥)لا أعلم.	٦	٣,٢٪	١٦	٧,٠٪	٥	٢,٦٪		
المجموع الكلي للاستراتيجيات	١٩٠	١٠٠٪	٢٢٨	١٠٠٪	١٩٠	١٠٠٪	٦٠٨	١٠٠٪

ثالثا: عرض نتائج السؤال الثالث

للإجابة عن سؤال الدراسة الرابع: ما الاستراتيجيات التي يستخدمها الطلبة المعلمون في كلية التربية بجامعة الكويت في إيجاد التقدير التقريبي العددي؟ أجريت المقابلات الشخصية مع الطلبة المعلمين لمعرفة الاستراتيجيات التي يستخدمونها في إيجاد التقدير التقريبي، وقد تبين أن الاستراتيجيات التي استخدمها الطلبة في إيجاد التقدير التقريبي تنقسم إلى قسمين: استراتيجيات فعالة واستراتيجيات غير فعالة (غير مجدية)، ويقصد بالاستراتيجيات الفعالة تلك الاستراتيجيات التي مكنت الطلبة المعلمين من الوصول إلى تقدير تقريبي مناسب للمسائل الرياضية، وتعتمد على استخدام أساليب رياضية صحيحة تعكس فهم الطلبة

المعلمين للأعداد والعمليات المستخدمة في المسائل، وقد تضمنت هذه الاستراتيجيات الفعالة الأنواع الثلاثة التي سجلت في الدراسات السابقة، وهي بدائل الأعداد، وصورة أخرى للمسألة، والعمل على تحسين الناتج، ولقد بلغت نسبة الاستراتيجيات الفعالة ٥٠,٩٪، أي تقريبا نصف عدد الاستراتيجيات التي استخدمها الطلبة المعلمون. أما الاستراتيجيات غير الفعالة فهي الاستراتيجيات التي تعتمد على استخدام مباشر للخوارزميات وإيجاد الناتج الدقيق للمسائل،ولقد بلغت نسبة الاستراتيجيات غير الفعالة ٤٩,١ ٪ ويوضح الجدول رقم (٣) الاستراتيجيات الفعالة وغير الفعالة حسب مجالات الأعداد الثلاثة، وفي الجزء التالي سوف نناقش أمثلة لاستخدام الطلبة المعلمين لكل من الاستراتيجيات الفعالة وغير الفعالة.

أولا: الاستراتيجيات الفعالة

تضمنت الاستراتيجيات الفعالة الأنواع الثلاثة للاستراتيجيات المستخدمة في التقدير العددي التي سجلت في الدراسات السابقة وهي: بدائل الأعداد وصورة أخرى للمسألة وتحسين الناتج، ولكن استخدام هذه الاستراتيجيات كان بنسب متفاوتة، فالغالبية العظمى من استراتيجيات الطلبة المعلمين تقع ضمن بدائل الأعداد، حيث بلغت نسبة هذه الاستراتيجيات ٤٦,١٪ من الاستراتيجيات المستخدمة، واستخدمت الاستراتيجيات الأخرى بشكل بسيط جدا، حيث بلغت استراتيجية نسبة وضع المسألة في صورة أخرى ١,٨٪ وتحسين الناتج ٣٪ من الاستراتيجيات المستخدمة.

١) بدائل الأعداد

استراتيجية بدائل الأعداد تتضمن عدة استراتيجيات يتم خلالها تغيير الأعداد المتضمنة في المسألة للحصول على أعداد يسهل حسابها، ومن ثم يسهل إيجاد تقدير تقريبي لناتج المسألة، وكما يوضح الجدول (٣) فقد تم استخدام استراتيجيات تندرج تحت بدائل الأعداد وهي: أ) التقريب، ب) من اليسار إلى اليمين، ج) أعداد يسهل حسابها، د) أعداد خاصة، هـ)وضع الأعداد في صور أخري.

أ) التقريب لأقرب ١٠ أو١٠٠ أو١٠٠٠: هي الاستراتيجيات الأكثر استخداما، فقد استخدمت هذه الاستراتيجية بكثرة مع الأعداد الكلية، حيث بلغت النسبة ٥٥,٢٪ مع الأعداد الكلية، وأما مع الأعداد العشرية فقد بلغت نسبة استخدام هذه الاستراتيجية ٢٥٪، ولقد انخفضت نسبة استخدام هذه الاستراتيجية مع الأعداد الكسرية فبلغت٧,٩ ٪، وهذا يتفق مع المناهج المدرسية في دول مجلس التعاون الخليجي، حيث يكثر استخدام استراتيجية التقريب لأقرب ١٠ أو١٠٠ أو١٠٠٠ مع الأعداد الكلية والعشرية، مثال ذلك في أحد البنود ٣٣٠٨ ÷ ١٥ قامت إحدى الطالبات بالتقريب إلى الأعداد في التمرين إلى ٣٣٠٠ ÷ ٢٠.

ب) استراتيجية من اليسار إلى اليمين: تعتمد هذه الاستراتيجية على البدء بالعملية الحسابية من المنزلة الكبرى حيث إنّ تأثيرها يكون الأكبر على الناتج، ولقد استخدمت هذه الاستراتيجية بشكل بسيط جدا، فلقد استخدم الطلبة المعلمون هذه الاستراتيجية مع الأعداد الكلية ومثال على ذلك في بند تقدير ناتج الجمع للأعداد الكلية: ١١٣٥٤ + ١٢٣٤٥ + ١١٩٥٦ + + ١٠٩١١ +١١٠٠٥،حيث قام بعض الطلبة باستخدام هذه الاستراتيجية فذكر أحدهم أنه " نركز على جمع المنازل الكبيرة وهي عشرات الألوف وأحاد الألوف فيكون الناتج ٥٥٠٠٠ ونقدر جمع المنازل المئات والعشرات ب ١٠٠٠ فيكون الناتج تقريبا ٥٦٠٠٠".

ولقد استخدمت هذه الاستراتيجية مع الأعداد العشرية بنسبة ١,٨٪، ومثال ذلك في بند: ٣,٢٢ ÷ ٨، فقد قالت إحدى الطالبات " نركز على المنزلة الأكبر في العدد ٣,٢٢، فيكون التمرين ٣٢÷ ٨= ٤ نقدر الناتج، فيكون تقريبا ٤,١ ".

ج) أعداد يسهل حسابها: تعتمد هذه الاستراتيجية على استبدال الأعداد في المسألة بأعداد يسهل حسابها، ولقد كان استخدام هذه الاستراتيجية قليلا جدا وظهرت بصورة أوضح في الأعداد العشرية فبلغت ٤,٤٪، ومن أمثلتها في أحد بنود الأعداد العشرية: ٤٤٣,٧ ÷ ٢٤ فقد قام ثلاثة طلاب باستخدام هذه الاستراتيجية حيث ذكر أحدهم أنه من الممكن استخدام ٤٥٠ بدلاً من ٤٤٣,٧ و٢٥ من ٢٤ فتصبح المسألة ٤٥٠ ÷ ٢٥ مما يجعل المسألة أسهل في الحساب، ٤٥٠ ÷ ٢٥ =١٨ "، ولقد استخدمت استراتيجية الأعداد التي يسهل حسابها مع الأعداد الكلية بنسبة بسيطة بلغت ١,٦٪، ففي بند قسمة الأعداد الكلية ٢٢ ÷ ٦٩ قامت طالبة باستخدام هذه الاستراتيجية حيث غيرت الأعداد في البند إلى أعداد يسهل حسابها ٢٥ ÷ ٧٥ = ⅓.

د) الأعداد الخاصة: الأعداد الخاصة تشمل الأعداد التي يمكن التعامل معها ذهنيا بسهولة ومن أمثلتها الأعداد القريبة من مضاعفات ١٠و٥ وبعض الكسور الخاصة التي يمكن حسابها بسهولة مثل ½، ¼، وقد استخدمت هذه الاستراتيجية أكثر مع الأعداد الكسرية فبلغت نسبتها ١٧,٤٪ ، ففي بند جمع الأعداد الكسرية ١١/١٢ + ١٢/١٣ + ١٣/١٤ قام ١٥ من الطلبة المعلمين باستخدام هذه الاستراتيجية، فقد ذكر أحدهم أنه "يمكن تغيير هذه الأعداد إلى ١ لأنها كلها قريبة من ١ فتكون ١+١+١=٣" ، واستخدمت هذه الاستراتيجية أيضا مع الأعداد العشرية بنسبة ١٥,٤٪، ومن أمثلتها في بند: ٤٢٤,٩ × ٠,٥١٥ قام ٢٠ من الطلبة المعلمين بالاعتماد على الأعداد الخاصة في إيجاد التقدير التقريبي للناتج، وذلك بتغيير ٠,٥١٥ إلي ٠,٥ وبالضرب في ٠,٥ يكون الناتج ٢١٢,٥ تقريبا.

هـ) استخدام صور أخرى للأعداد: وهذه الاستراتيجية تعتمد على استخدام صور مختلفة للعدد مثل التغيير من الصورة العشرية إلى الاعتيادية والعكس للحصول على أعداد يمكن التعامل معها بسهولة لإيجاد تقدير تقريبي للناتج، ومثال ذلك في بند ٠,٢٦ × ٠,٤٨ فقد

قام ٧ من الطلبة المعلمين بتحويل الأعداد العشرية إلى كسور ثم إيجاد الناتج التقريبي فقد ذكرت إحدى الطالبات أن " ٠,٤٨ هي ٥/١٠ و٠,٢٦ هي ٣/١٠ فنحصل على ٣/١٠ × ٥/١٠ = "٠,١٥ ، وفي نفس البند ذكر طالب آخر أن "٠,٤٨ هي ½ و٠,٢٦ هي ٣/١٠ فيكون الناتج تقريبا ½ × ٣/١٠ = ٣/٢٠ تقريبا ١/٧.

استخدمت هذه الاستراتيجية أيضا مع الأعداد الكسرية ، ففي البند الخاص بطرح الأعداد الكسرية ٨/٩ – ١٧/٣٧ قامت ثلاث من الطالبات بتحويل الكسور إلى أعداد عشرية ثم تعاملن معها فقد ذكرت إحدى الطالبات أن ٨/٩ هي ٠,٨ وأن ١٧/٣٧ هي ٠,٥ فتكون ٠,٨ – ٠,٥ = ٠,٣ تقريبا.

٢) استراتيجية تحويل بناء المسألة إلى مسألة أخرى

تعتمد هذا الاستراتيجية على تغيير العملية في التمرين بعملية أخرى مقاربة يمكن التعامل معها بسهولة، ولقد كان استخدام هذا النوع من الاستراتيجيات قليلاً جدا،فبلغت نسبة استخدامها ١,٨٪، وذلك يمكن أن يرجع إلى عدم تركيز المناهج المدرسية والجامعية على هذا النوع من الاستراتيجيات، ولقد ظهر استخدام هذه الاستراتيجية في الأعداد الكلية في بند: (٦ × ٣٤٧) / ٤٣، فقد قام ٤ من الطلبة المعلمين بتغيير بناء التمرين مبتدئين بالقسمة أولا ثم الضرب كما وضح أحدهم، فقال " نقسم أولا (٣٤٧/٤٣) ثم نضرب في ٦، ولقسمة (٣٤٧/٤٣) يمكن تقريب كلا العددين فيصبح التمرين (٣٥٠/٤٠) × ٦ = ويكون الناتج تقريبا حاصل ضرب ٩ في ٦ = ٥٤ ".

وفي بند للأعداد العشرية قام ٤ من الطلبة المعلمين بتغيير البند: ٤٢٤,٩ × ٠,٥١٥ من ضرب في ½ إلى قسمة على ٢، قال أحد الطلبة " بدل ما نضرب في ½ نقسم على ٢ فتكون المسألة ٤٢٥ ÷ ٢ = ٢١٢,٥ ".

٣) استراتيجية تحسين الناتج

تعتمد هذه الاستراتيجية على النظر في التغييرات التي تم إجراؤها على الأعداد أو العمليات للأخذ بعين الاعتبار مقدار التغيير في الناتج، ولقد استخدمت هذه الاستراتيجية بشكل بسيط في مجالات الأعداد الثلاثة، وكان أكثرها في الأعداد الكلية، ومن أمثلة استخدام هذه الاستراتيجية في بند ضرب للأعداد الكلية " ٣٦ × ٦٨× ٢٩٦ قامت طالبة بتحسين الناتج بعد إيجاد الناتج التقريبي، فذكرت أنه " يمكننا تقريب الأعداد ٤٠×٧٠×٣٠٠ = ٨٤٠٠٠٠ ولكن الناتج يكون أقل لأننا في جميع الأعداد قد رفعنا إلى أعلى فيكون الناتج تقريبا ٨٠٠٠٠٠ "، وفي بند للأعداد الكسرية ١٢/١١+ ١٣/١٢+١٤/١٣ قام ثلاثة من الطلبة بعد تقدير الناتج بإجراء عملية تحسين للناتج للحصول على تقريب أدق للناتج هي ١+١+١=٣ ولكن الناتج يكون أقل فقد ذكرت إحدى الطالبات " لقد زدنا جميع الأعداد السابقة ولكن الناتج أقل من ٣ فيكون تقريبا ٢,٩".

ثانيا: الاستراتيجيات غير الفعالة

كانت نسبة الاستراتيجيات غير الفعالة التي تعكس عدم فهم للتقدير التقريبي ٤٩,١٪ وقد كان أكثرها هو تصريح الطلبة بأن الطريقة الوحيدة لإيجاد التقريب التقديري هو حل التمرين، حيث بلغت نسبة اقتراح الطلبة المعلمين لهذه الاستراتيجية٣٥,٥٪ من جملة الاستراتيجيات المستخدمة، تلاها تصريح الطلبة المعلمين بعدم معرفة كيفية إمكان تقريب الناتج،ثم إيجاد تقريب غير معقول، ثم الوقوع في أخطاء حسابية، وأقلها هو البدء بالتقريب ثم اقتراح تكملة الحل بواسطة القلم والورقة وليس ذهنيا.

أ) حل التمرين: كان أكثر الاستراتيجيات غير الفعالة هو اقتراح الطلبة المعلمين حل التمرين، فقد بلغت نسبته ٣٥,٥ ٪ من الاستراتيجيات المستخدمة، من جدول ٣ يتضح أن هذه الاستراتيجية ذكرت أكثر فى البنود المتعلقة بالأعداد الكسرية، و من أمثلة ذلك في البند الخاص بقسمة الكسور: $5 \div \frac{3}{5}$ $\frac{1}{7}$ فقد ذكر ٣٥ من الطلبة المعلمين أثناء المقابلة أن الطريقة الوحيدة لتقدير الناتج هي الحل المباشر.

ب) التقريب ثم الحل: حاول بعض الطلبة أن يجري تقريباً لأقرب عشرة أو مئة أو واحد ولكن بعد التقريب لم يستطيعوا إيجاد ناتج التقريب فاقترحوا حل التمرين وذلك لأن التقريب المقترح في معظم هذه الحالات لم يكن ليسهل التعامل مع الأعداد لإيجاد التقدير ومن أمثلة ذلك في بند قسمة الأعداد الكلية: ٣٣٠٨ ÷ ١٧، فقد قام أحد الطلبة بتقريب التمرين إلى ٣٣١٠ ÷ ١٧ ثم قال " والآن أحل تمرين القسمة لأجد الناتج التقريبي"، طالبة أخرى في نفس البند اقترحت" ٣٣٠٨ ÷ ٢٠ ثم نحل التمرين لإيجاد الناتج التقريبي" وفي هذه الأمثلة يتضح عدم تمكن الطلبة من الوصول إلى تقريب مناسب يسهل إجراء العملية الحسابية لإيجاد تقدير مناسب للناتج.

ت) تقريب غير منطقي: وهو إيجاد ناتج تقريبي ولكنه أبعد ما يكون عن الصحيح وهنا يلاحظ عدم تركيز الطلبة على معقولية الناتج الذي يحصلون عليه وقد ظهر هذا النوع من التقديرات بكثرة مع البنود المتعلقة بالأعداد العشرية،ففي بند قسمة الأعداد العشرية: ٢٤ ÷ ٤٤٣,٧ قام خمسة من الطلبة المعلمين بإيجاد ناتج تقريبي غير مناسب، فقد ذكرت إحدى الطالبات " أن ٤٤٣,٧ تكون ٤٤٤ و٢٤ أقرب ل ٣ فتكون المسألة ٤٤٤ ÷ ٣ ويكون الناتج ١٤٣ " طالبة أخرى قربت ٢٤ إلى ٢ وأجرت العملية التالية ٤٤٣,٧/٢ ويكون الناتج ٢٢٠، وفي بند ضرب الأعداد العشرية ٤٢٤,٩ × ٠,٥١٥ قام ٤ من الطلبة المعلمين بتقريب ٠,٥١٥ إلى ١ وعليه حصلوا على إجابة كبيرة ٤٢٥ × ١ = ٤٢٥

ث) خطأ حسابي: قام بعض الطلبة أثناء المقابلة ببعض الأخطاء الحسابية مثال ذلك بند قسمة الأعداد الكلية ٦٩ ÷ ٢٢ فقد قام أحد الطلبة بتقريب ٦٩ إلى ٦٠ و٢٢ إلى ٢٠ ولكنه أخطا في القسمة، "٢٠ ÷ ٦٠ = ٣٠" وفي بند ضرب الأعداد العشرية ٠,٤٨ ×٠,٢٦

قام خمسه من الطلبة المعلمين بارتكاب أخطاء حسابية مختلفة منها الخطأ الذي ذكرته إحدى الطالبات " أقرب ٠,٤٨ إلى ٠,٥ و٠,٢٦ إلى ٠,١ فيكون الناتج ٠,٥ × ٠,١ = ٠,٥" ، طالبة أخرى قالت إنها وضعت الأعداد العشرية في صورة كسور ولكنها أخطأت في عملية الضرب "١/٢× ١/٤ = ٣/٤".

ج) لا أعلم: صرح الطلبة المعلمون بعدم معرفتهم كيفية إيجاد تقدير تقريبي لبعض البنود، ومن جدول ٣ يلاحظ ورود هذا الرد بصورة أكثر في الأعداد العشرية، مثال ذلك في بند قسمة أعداد عشرية: ٠,٨ ÷ ٢ ٣,٢ ذكرت إحدى الطالبات " ما أعرف، ما عندي طريقة أقدر فيها الناتج لهذه المسألة"

مناقشة النتائج

من عرض النتائج السابقة يتضح أن أداء الطلبة المعلمين (عينة الدراسة) في التقدير التقريبي كان منخفضا انخفاضا شديدا للطلبة المعلمين الملتحقين ببرنامج الابتدائي وبرنامج المتوسط والثانوي على حد سواء، فقد كان متوسط الدرجات في اختبار التقدير التقريبي ٥,٦٥ من أصل ٢٨ درجة أي أقل من خمس الدرجة الكلية ، وهذه النتيجة تتفق مع ما توصلت إليه الدراسات السابقة على طلبة الكليات بشكل عام والطلبة المعلمين في المرحلة الابتدائية.(Bestgen, Reys, Rybolt &Wyatt, 1980; Verschaffel, Greer & De Corte, 2007)، ويرجع المشتغلون بمناهج الرياضيات تدني أداء التلاميذ والطلبة في التقدير التقريبي إلي عدم تدريس هذه المهارة بشكل مناسب في مناهج الرياضيات (Dowker, 2003; Reys & Nohada, 1994; Reys & Reys, 2004) فقد أوضح سلاتر (Slater, 1990) أن تدريس التقدير التقريبي في المدارس لا يعكس أهميته أو معناه، فعادة ما يطلب من التلاميذ حساب التقدير التقريبي للمسائل الرياضية ثم يطلب منهم حلها لمقارنة التقدير بالنتيجة الدقيقة، وقد أدي ذلك إلى قيام التلاميذ بإيجاد الحل الدقيق ثم تقريب الناتج بعد ذلك إلى أقرب عشرة أو مئة أو ألف، وتدريس التقدير التقريبي في مناهج دول مجلس التعاون لا يختلف عما ورد وصفه في سلاتر، حيث يقتصر عرض التقدير التقريبي على بعض الأمثلة التي ترد كمقدمة لدروس القسمة المطولة والتي لا توضح أهمية التقدير التقريبي ولا معناه.

ومن أبرز نتائج الدراسة استخدام الطلبة المعلمين لجميع الاستراتيجيات الواردة في الدراسات السابقة ولكن هذا الاستخدام كان بنسب متفاوتة، فقد كان أكثر الاستراتيجيات استخداما هي التقريب لأقرب ١٠ أو١٠٠ أو١٠٠٠ وهذا يتفق مع ما توصلت إليه الدراسات السابقة في مجال التقدير التقريبي حيث أوضح الباحثون تفضيل التلاميذ والطلبة المعلمين لمثل هذه الاستراتيجية (Hanson & Hogan, 2000; Lemaire & Lecacheur, 2002) ويرجع ذلك إلى أنّ هذه الاستراتيجية هي التي تدرس في المدارس بصورة أساسية

عند تدريس التقدير التقريبي، ففي الولايات المتحدة أكد ترافتن (Trofton, 1994) أن أكثر الاستراتيجيات التي تدرس في المدارس هي التقريب لأقرب ١٠، ١٠٠، أو١٠٠٠، وفي اليابان أيضا أكد يوشيكاما (Yoshikawa, 1994) على أن المدرسين في اليابان يفضلون تدريس استراتيجية التقريب لأقرب ١٠، ١٠٠، أو١٠٠٠ لأنها واضحة ومحددة بالنسبة لهم. وهذا ينطبق على ما يدرس في مناهج دول الخليج العربي،حيث التركيز على استراتيجية التقريب لأقرب ١٠، ١٠٠، أو١٠٠٠ في تدريس التقدير التقريبي، ولقد أجمع الباحثون في مجال التقدير التقريبي على أهمية استخدام ودراسة الاستراتيجيات المختلفة للتقدير التقريبي (Sowder, 1992; Verschaffel, Greer & De Corte, 2007)، حيث تمكن الاستراتيجيات المختلفة من تطبيق وممارسة مهارات رياضية مهمة مثال ذلك استخدام صور مختلفة للعدد حيث تمكن المتعلم أو الشخص من تبديل هذه الأعداد واستخدامها بشكل صحيح ليتمكن من الوصول إلى تقدير مناسب مثال ذلك: ١٧/٣٧ – ٨/٩ هي تقريبا ٠,٥ – ٠,٩ فيكون الناتج ٠,٤ .

إن انخفاض مستوى الطلبة المعلمين في التقدير التقريبي يتضح في تصريحهم أثناء المقابلة بأن الطريقة الوحيدة لإيجاد التقدير التقريبي هي حل التمرين وبذلك يؤكدون على عدم وجود أي طريق لديهم لتقدير الناتج حيث بلغت نسبة هذه التصريحات ٣٥,٥٪ من جملة الاستراتيجيات أثناء المقابلة، أي أن أكثر من ثلث استنتاجات الطلبة كانت تؤكد على عدم وجود أية طريقة لإيجاد التقدير التقريبي غير الحل المباشر وذلك يتفق مع الدراسات السابقة فقد أكد كل من سودر ووليز (Sowder & Wheeler, 1987; Sowder & Wheeler 1989) أن التلاميذ يميلون إلى الحل المباشر لإيجاد التقدير التقريبي.

التوصيات

في ضوء نتائج الدراسة توصي الباحثة بما يلي:

١. إدراج التقدير التقريبي في مقررات الرياضيات الخاصة بطلبة كلية التربية – قسم الرياضيات لبرنامج الابتدائي وبرنامج المتوسط والثانوي مع مراعاة ما يلي:

أ) توضيح أهمية التقدير التقريبي في تدريس الرياضيات وحياة الطلبة بشكل عام

ب) تدريس الاستراتيجيات المختلفة للتقدير التقريبي، وعدم الاكتفاء بتدريس استراتيجية التقريب لأقرب ١٠، ١٠٠، أو١٠٠٠

ج) توضيح كيفية ربط تدريس التقدير التقريبي بالمهارات الرياضية الأخرى وكيفية الاستفادة منه في تعلم الرياضيات وعدم اقتصار تدريس التقدير التقريبي على وحدة دراسية منفصلة.

د) حث الطلبة المعلمين على اختبار معقولية التقدير التقريبي.

٢. الاهتمام بتدريس التقدير التقريبي في مراحل التعليم العام، حيث إنّ ضعف الطلبة المعلمين

في التقدير التقريبي ناتج من عدم تدريس التقدير التقريبي في مراحل التعليم العام.
٣. إجراء دراسة مماثلة لمدرسي الرياضيات في الميدان للتعرف إلى مهاراتهم في التقدير التقريبي ثم وضع البرامج الملائمة وتدريبهم على استخدام الاستراتيجيات المختلفة في إيجاد التقدير التقريبي.

المراجع

تمراز، قدرية على (١٩٩٢). الأداء في التقدير التقريبي لإجراء الحسابات لدي تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي وعلاقته ببعض المتغيرات. **دراسات تربوية،٧(٤٣)**، ١٢٢–١٨٦.

سليمان، محمود مصطفي (١٩٨٧). حول بعض المتغيرات المرتبطة بالتقدير التقريبي. **المجلة العربية للبحوث التربوية، ٧(١)**، ٧٩–١٠٢.

عابد، عدنان (١٩٩٠). التقدير التقريبي وعلاقته بالمهارات الحسابية الأساسية لدي تلاميذ المرحلة الابتدائية في محافظة المفرق. الأردن. **المجلة التربوية،٦(٢٢)**، ٥١–٧٢.

المركز العربي للبحوث (٢٠٠٦). **وثيقة الأهداف العامة للمواد الدراسية بمراحل التعليم العام في الدول الأعضاء بمكتب التربية العربي لدول الخليج**. الكويت: المركز العربي للبحوث

Bestgen, B., Reys, R., Rybolt, J. & Wyatt, W.(1980). Effectiveness of systematic instruction on attitudes and computational estimation skills of pre-serves elementary teachers. **Journal for Research in Mathematics Education, 11**(2),124-136.

Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. **Journal for Research in Mathematics Education, 23**(1), 45-55.

Dowker, A. (2003). Young children estimating for addition: the zone for practical knowledge and understanding. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), **The development of arithmetic concepts and skills** (pp. 243-266). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Dowker, A., Flood, A., Griffiths, H., Harriss, L.,& Hook, L. (1996). Estimation strategies of four groups. **Mathematical Cognition, 2**(2), 113-133.

Hanson, S., & Hogan, T. (2000). Computational estimation skill of college students. **Journal for Research in Mathematics Education, 31**(4), 483-99.

LeFever, J., Greenham, S., Waheed, N. (1993). The development of procedural and conceptual knowledge in computational estimation. **Cognition and Instruction, 11**(2), 95-132.

Lemaire, P., & Lecacheur, M. (2002). Children's strategies in computational estimation. **Journal of Experimental Child Psychology, 82**(4), 281-304.

Levine, D. (1982). Strategies use and estimation ability of college students. **Journal for Research in Mathematics Education, 13**(5), 350-259.

National Council of Supervisions of Mathematics. (1989). Essential mathematics for the twenty-first century: The position of National Council of Supervisors of Mathematics. **Arithmetic Teacher, 37,** 44-46.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). **Agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980's.** Reston, VA: Author

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and evaluation for school mathematics.** Reston, VA: Author

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principles and standards for school mathematics.** Reston, VA: Author.

National Institute of Education. (1977). **The NIE conference on basic mathematical skills and learning, working group reports** (Vol. 2). (Washington, DC: U.S. Department of Health Education and Welfare)

Reys, R. & Nohda, N. (Eds.) (1994), **Computational alternatives for the Twenty-first century: Cross-cultural perspectives from Japan and the United States.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Reys, R. & Reys, B. (2004). Estimation in the mathematics curriculum: A progress report. (In A. McIntosh & L. Sparrow (Eds.). **Beyond written computation,** (pp.38-50). Perth, Western Australia: MASTEC: Mathematics, Science and Technology Education Centre.

Reys, R. (1986). Evaluating computational estimation. In H. L. Schoen, & M. J. Zweng (Eds.), **Estimation and mental computation,** 1986 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, (pp. 225-238). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Reys, R. (1993). Research on computational estimation: What it tells us and some questions that need to be addressed. **Hiroshima Journal of Mathematics Education, 1**(1), 105-112

Reys, R., Bestgen, B., Rybolt, J., & Wyatt, W. (1982). Processes used by good Computational estimators. **Journal for Research in Mathematics Education, 13**(3),183- 201.

Reys, R., Reys, B., & Penafiel, A.(1991). Estimation performance and strategies used by Mexican 5th and 8th grade students sample. **Educational Studies in Mathematics, 22**(4), 353-375.

Reys, R., Reys, B., Nohda, N., Ishida, J., Yoshikawa, S., & Shimizu, K. (1991). Computational estimation performance and strategies used by fifth- and eighth-grade Japanese students. **Journal for Research in Mathematics Education, 22**(1), 39-58.

Rubenstein, R. (1985).Computational estimation and related mathematical skills. **Journal for Research in Mathematics Education, 16**(2), 106-19.

Siegler, R., & Booth, J.(2004).Development of numerical estimation in young children. **Child Development, 75**(2), 428-444.

Slater, I. (1990). **Children's estimation skills.** Unpublished dissertation, Wolverhampton Polytechnic.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning,** (pp. 371-389). New York: Macmillan.

Sowder, J. , & Wheeler, M. (1987). **The development of computational estimation and number sense: Two exploratory studies.**(Research Rep.) San Diego State University Center for Research in Mathematics and Science Education.

Sowder, J., & Wheeler, M. (1989). The development of concepts and strategies used in computational estimation. **Journal for Research in Mathematics Education, 20** (2), 130- 46

Trafton, P. (1994). Computational estimation: Curriculum and development efforts and instructional issues. In R. Reys, & N. Nohda (Eds.). **Computational alternatives for the twenty-first century: Cross-cultural perspectives from Japan and the United States,** (pp.76-86). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Verschaffel, L. Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. Lester (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning,** (pp. 557-628). Charlotte, NC: Information Age.

Yoshikawa, S. (1994). Computational estimation: Curriculum and instructional issues from the Japanese perspective. In R. Reys, & N. Nohda (Eds.). **Computational alternatives for the twenty-first century: Cross-cultural perspectives from Japan and the United States** (pp.51-62). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.